

Matematikai módszerek a fizikában

Pólya György Emlékkonferencia

Tatabánya

2024. aug. 28.

Prof. Dr. Kovács László

Wigner Jenő véleménye ea: 1959, publ:1960

„A matematikának a természettudományok területén való hasznossága a csodával határos. Nincs rá racionális magyarázat. Mert semmiképpen sem természetes, hogy legyenek »természeti törvények«, és még kevésbé kézenfekvő, hogy az ember felfedezze őket. Az a tény, hogy a matematika nyelve alkalmas a fizika törvényeinek megfogalmazására, csoda, ajándék, amelyet soha nem leszünk képesek igazán megérteni vagy kiérdemelni.”

THE UNREASONABLE EFFECTIVENESS OF MATHEMATICS
IN THE NATURAL SCIENCES
(ésszerűtlen, érthetetlen, meghökkentő)

A matematika meghökkentő hatékonysága a természettudományokban
Ford: Györgyi Géza, Fizikai Szemle 1964/6

Wigner filozófiai
gondolatai
élénk visszhangra találtak
a szakemberek közt.
Volt aki, Pólya nézeteit is
idézte.

Szemjon Grigorjevics Gingyikin

(1937, Moszkva--)

véleménye a matematikáról

A matematikának
személyiségformáló szerepe is
van.

(Történetek fizikusokról és
matematikusokról, Typotex, 2003)

Az alapmű Pólyától

Mathematical Methods in Science:

A Course of Lectures

Given in the Summer Quarter, **1962**,
at Stanford, Under the Auspices of
the National Science Foundation,
to High School Teachers of Mathematics

Leland Stanford Junior University, 1963

A Stanford Egyetem logója



LÁTKÉP



Pólya szerepel a legnevesebb professzorok
listáján,
és épületet is neveztek el róla

Polya Hall,

Stanford Egyetem, 255 Panama Street

A **Jordan Quad** nyugati oldalán helyezkedik el, a **Pine Hall** és a **Forsythe Hall** között.

A **Polya Hall** többféle **intézeti adminisztratív irodát** foglal magában, beleértve

irodahelyiségeket és konferenciatermeket

a **Turing Auditorium a Polya Hall keleti oldalán**
található, a Spruce Hall közelében.

A publikáció magyar leírása a neten

[Pólya, George; Bowden, Leon;](#)

Iskolai matematika tanulmányi csoport (1963).

*Matematikai módszerek a tudományban;
előadások tanfolyama.*

*Matematikai tanulmányok. **11.***

*Stanford: Iskolai matematika tanulmányi
csoport. [OCLC 227871299.](#)*

A Mathematical Association of America
kiadta a Pólya-előadások
egy részét 1977-ben

Ennek magyar fordítása
jelent meg nálunk
1984-ben,
a GONDOLAT KIADÓNÁL

MATHEMATICAL METHODS IN SCIENCE



GEORGE PÓLYA

The great book of Nature lies ever open before our eyes and the true philosophy is written in it... But we cannot read it unless we have first learned the language and the characters in which it is written... It is written in mathematical language and the characters are triangles, circles, and other geometrical figures...

Galileo: Saggiatore,
Opere VI, p. 232



GALILEI: Saggiatore, 1623. első kiadás

DEL SIG. GALILEI. 25

e forse stima, che la Filosofia sia vn libro, e vna fantasia d'vn uomo, come l'Iliade, e l'Orlando furioso, libri ne' quali la meno importante cosa è, che quello che vi è scritto, sia vero. S. Sarfi la cosa non istà così. La Filosofia è scritta in questo grandissimo libro, che continuamente ci stà aperto innanzi à gli occhi (io dico l'vniuerso) ma non si può intendere se prima non s'impara à intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, & altre figure Geometriche, senza i quali mezzi è impossibile à intenderne vmanamente parola; senza questi è vn'aggirarsi vanamente per vn'oscuro laberinto. Ma posto pur'anco, come al Sarfi pare, che l'intelletto nostro debba farsi manci pio dell'intelletto d'vn'altr'uomo (lascio stare, ch'egli facendo così tutti, e se stesso ancora, conia-

1672 Guericke latinul írt

The screenshot displays the Internet Archive website interface. The browser's address bar shows the URL: <https://archive.org/details/experimentanovau00guerooft/page/n7/mode/2up>. The website header includes the Internet Archive logo, navigation links (ABOUT, BLOG, PROJECTS, HELP, DONATE, CONTACT, JOBS, VOLUNTEER, PEOPLE), and a search bar. The main content area features a large image of the title page of Otto von Guericke's work. The title page includes a portrait of Otto von Guericke on the left and the following text on the right:

OTTONIS DE GUERICKE
EXPERIMENTA
NOVA (ut vocantur) MAGDEBURGICA
D E
VACUO SPATIO
Primùm à R. P. Gaspare Schotto, è Societate
Jesu, & Heribolitanae Academiæ Mathematicæ
Professore:
Nunc verò ab ipso Autore
Perfeciùs edita, variisque aliis Experimentis
aucta.
Quibus accesserunt simul certa quædam
De Aeris Ponderis circa Terram; de Virutibus Mundanis, & Syll-
marum Mundæ Plantarum; fuit & de Solidæ Tæci, ac Spatiis de Interiori, quæ tam
nova quam cetera sui fuisse.

Below the image, the Internet Archive interface shows the title "Experimenta nova (ut vocantur) magdeburgica de vacuo spatio" by Guericke, Otto von, 1602-1686, along with "Favorite", "Share", and "Flag" buttons. The Windows taskbar at the bottom shows the date and time as 17:26 on 2024.02.23, and the weather as 11°C Fehős.

1687 Newton latinul írt

The screenshot displays the Internet Archive website interface. The browser's address bar shows the URL: <https://archive.org/details/1686-newton-principia-1ed/page/n7/mode/2up>. The website's navigation bar includes links for WEB, BOOKS, VIDEO, AUDIO, SOFTWARE, and IMAGES, along with a search bar and user options like SIGN UP, LOG IN, and UPLOAD. The main content area features a two-page spread of the Latin text of Newton's *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. The left page contains a Latin poem, and the right page shows the title page with the title "Principia MATHEMATICA" and the section "Definitiones." Below the title, the text reads: "Def. I. *Quantitas Materie est mensura ejusdem orta ex illius Densitate & Magnitudine conjunctim.*" The bottom of the page shows the book's title "1686 Isaac Newton Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica" by Isaac Newton, along with buttons for Favorite, Share, and Flag. The Windows taskbar at the bottom indicates the system time as 14:50 on 2024.02.14.

INTERNET ARCHIVE

WEB BOOKS VIDEO AUDIO SOFTWARE IMAGES

SIGN UP | LOG IN | UPLOAD

ABOUT BLOG PROJECTS HELP DONATE CONTACT JOBS VOLUNTEER PEOPLE

Principia
MATHEMATICA

Definitiones.

Def. I.

Quantitas Materie est mensura ejusdem orta ex illius Densitate & Magnitudine conjunctim.

Er duplo densior in duplo spatio quadruplus est. Idem intellige de Nive et Pulveribus per compressionem vel liquefactionem condensatis. Et par est ratio corporum omnium, quæ per causas quasque diversimode condensantur. Medii interea, si quod fuerit interstitia partium libere non condensatis, hic nullam

1686 Isaac Newton Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica
by Isaac Newton

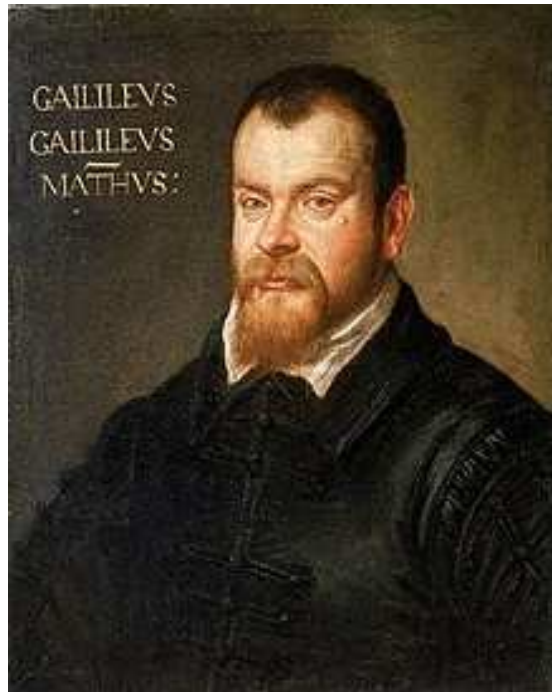
Favorite Share Flag

11°C Tobbny, felhős

14:50
2024. 02. 14.

Porträt von Domenico Tintoretto,
ca. 1602-1607

Galileo Galilei



Galilei „síremléke Firenzében van, a Santa Croce-templomban, Leonardóé és Michelangelóé, a költő Dantée, a politikus Machiavellié közt” P Gy



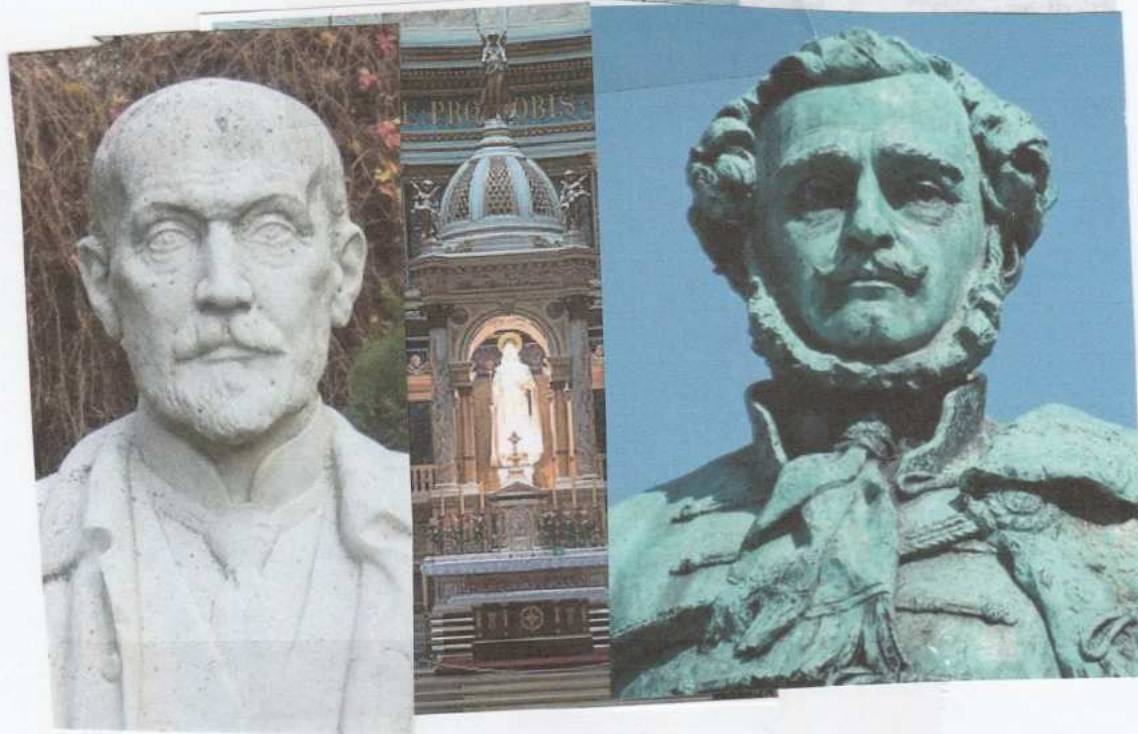
Newton tisztelete



Látvány, ma Budapesten



Remény, elképzelés



Analógiás gondolkodás a (digitális /Krita/) képzőművészetben

Herczeg Réka Anna alkotása



Pólya gondolatai, stilusa

Értékesebbé válni

Az előadások egyik fő célja az volt, hogy rámutassanak a természettudomány néhány elemi szintű fejezetének történetére, amelyek a tanításban jó motivációs forrást jelentenek

„Jóságos tanítóbácsi”, mintha ott lennénk az előadásokon: részletes, humorral fűszerezett magyarázatok.

Leon Bowden professzor (Victoria Egyetem) írta le a szöveget hangszalagról

Kiváló középiskolai tankönyv lehetne, ennek alapján a diák megszereti és megtanulhatja a fizikát!

A MATEMATIKÁT „MEGELŐZI” A SZÁMTAN

Számtant kell tanulni az általános iskolában,
nem pl. kombinatorikát!

Egykori, „ősrégi” általános iskolai tanítóbácsi az
első osztályban az egész tanév során csak tízig
tanította összeadni, kivonni a számokat!

A fejszámolás elengedhetetlenül fontos!

A természetes számok erdeje

Godfrey Harold Hardy (1877- 1947),

a rejtélyes indiai matematikus,

Srinivaza Ramanujan (1887-1920)

angol mentora szerint

„minden természetes szám

Ramanujan személyes jóbarátja volt.”

Sztori az autórendszám, 1729-ről. (Erdős Páltól is

hallottam már ezt.) ”Ez a legkisebb természetes szám, amelyik két különböző módon írható köbszámok összegeként.”

Százig legyen minden egész szám a diák személyes ismerőse! (Kovács kéri ezt.)

Egész számok a szabadesésnél

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuove scienze
Attenenti alla
MECANICA ET I MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Serenissimo
Grand Duca di Toscana.
Con una Appendice del centro di gravità d'alcuni Solidi.



IN LEIDA,
Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

„Beszédék és matematikai bemutatók a mechanikával és a helyi mozgásokkal kapcsolatos két új tudomány körül,”

Matematikai érvelések és bizonyítások két új tudományág, a mechanika és a mozgások köréből. Európa, 1986

Theorem II, Proposition II:

„Az egyenletes gyorsulással mozgó , nyugalmi helyzetből leeső test által megtett utak egymáshoz képest akkorák, mint az utak megtételéhez szükséges idő-intervallumok négyzetei „

Corollary I:

„A mozgás kezdetétől számított , bármely egyenlő időintervallumok alatt megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint az egész számok sorozata, 1, 3, 5, 7”

Galilei (Salviati):”Ezt ábrával is szemléltem, hogy világosabb legyen az mindkettőnknek”

A test által megtett út arányos a sebesség-görbe alatti területtel.
(INTERGÁL-SZÁMÍTÁS!)

Ábra Galile könyvéből

Let the line AI represent the lapse of time measured from the initial instant A; through A draw the straight line AF making any angle whatever; join the terminal points I and F; divide the time AI in half at C; draw CB parallel to IF. Let us consider CB as the maximum value of the velocity which increases from zero at the beginning, in simple proportionality to the intercepts on the triangle ABC of lines drawn parallel to BC; or what is the same thing, let us suppose the velocity to increase in proportion to the time; then I admit without question, in view of the preceding argument, that the space described by a body falling in the aforesaid manner will be equal to the space traversed by the same body during the same length of time travelling with a uniform speed equal to EC, the half of BC. Further let us imagine that the

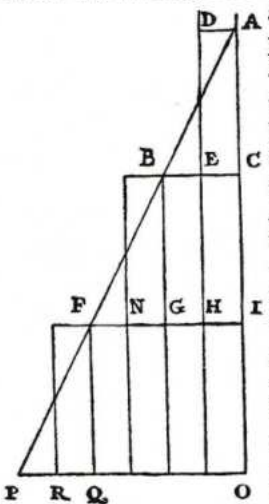


Fig. 49

body has fallen with accelerated motion so that, at the instant C it has the velocity BC. It is clear that if the body

interval AI is three times the interval AC. Let us imagine the time-interval IO, and the evident that if the motion the constant rate IF acquires the space traversed during the first four times the speed EC. include FPQ which is equal to be constant, we shall find that the space traversed during the first time-interval AC is quintuple that during the by simple computation the and acquiring velocity at during equal intervals of related to each other as the 1, 3, 5; * or considering the

in double time will be quadruple
in triple time, the space

Kísérletekről is sokszor ír Galilei

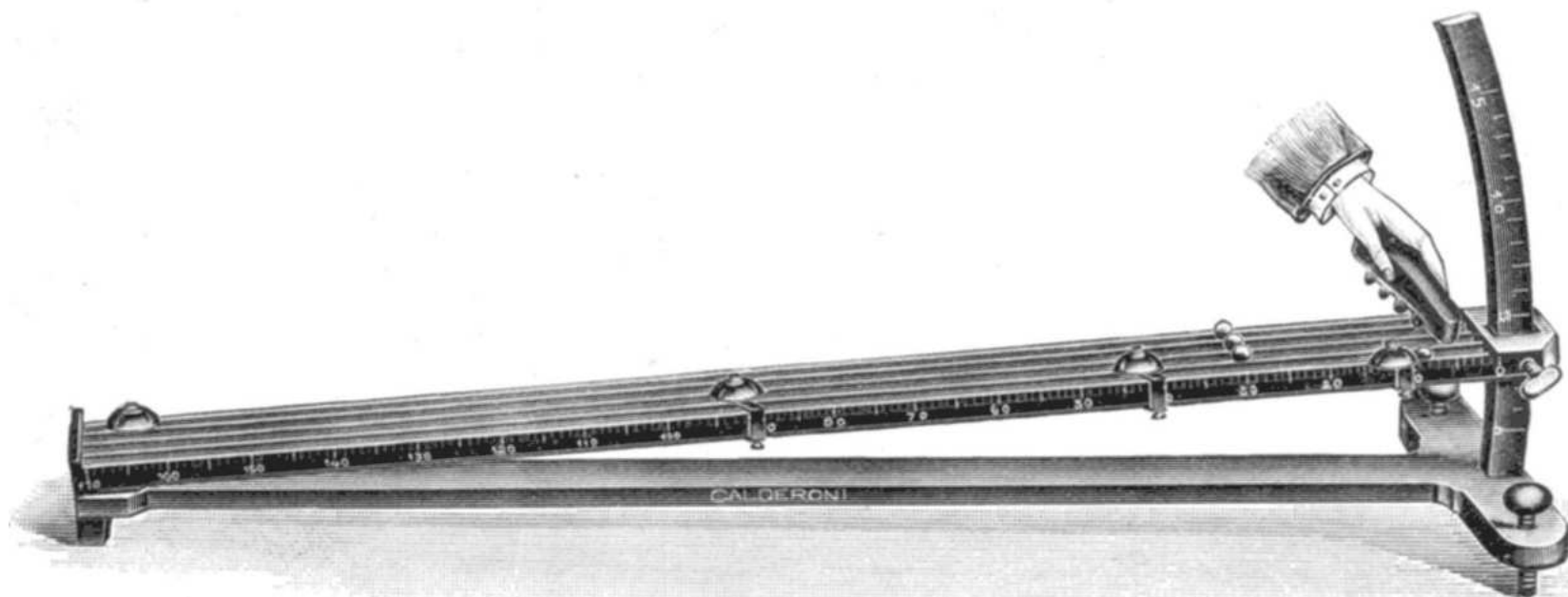
Például a lejtőn legördülő golyó
a híres ***Galilei-lejtőn***:

„A piece of wooden moulding or scantling, about 12 cubits long, half a cubit wide, and three finger-breadths thick, was taken; on its edge was cut a channel a little more than one finger in breadth;”

Kb 6 m hosszú, 25 cm széles, 3 ujjnyi vastag, egy ujjnyi vájat

„the spaces traversed were to each other as the squares of the times”

Módosított, modern változatú lejtő



Egész számok az atomfizikában

- Az atomfizikában az **elektronhéj** – vagy **fő energiaszint** – az azonos n főkvantumszámhoz tartozó atompályák összessége.
- Megmutatható, hogy egy elektronhéjon legfeljebb $2n^2$ elektron tartózkodhat.

Egész számok a kémiában

Pici elmarasztalás:

Pólya nem ír a „természettudomány” címszó alatt a kémiáról,
pedig milyen csodálatos:

A víz: H kettő O (egy), vagy

A **Dalton**-féle törvény: «**az alkotórészek minden
vegyületben atomsúlyaik egész számú sokszorosai szerint
foglaltatnak**», vagy

Henry Cavendish gondos mérésekkel meghatározta, hogy a
hidrogén 8760-szor könnyebb a víznél és 11-szer
könnyebb, mint a közönséges levegő.

Exponenciális függvény a biológiában

„A természetben sok növekedési folyamat kezdetben exponenciális növekedéssel írható le. Ideális körülmények között (táplálékbővség, ragadozók hiánya) így növekszik sok populáció.”

Gondolkodtató kérdés a moszat-növekedésről

Pólya György : *„A tanítás céljáról régimódi felfogást vallok: először és esősorban GODOLKODNI kell tanítani”*

A Pólya -- Szegő Emlékkonferencia (Békéscsaba, 2015)
mottója

Vissza a fizikához

- A radioaktív bomlás időbeli lefolyása is exponenciális függvénnel írható le.
- A gamma-sugárzás exponenciálisan gyengül anyagi rétegen történő áthaladás során.
- Modell-kísérlet: a sörhab is exponenciálisan csökken a pohárban.

Csoportelmélet a héjfizikában

„Felhasználjuk most csoportelméleti
eredményeinket arra, hogy az atomszínképek
legfontosabb jellegzetességeit megmagyarázzuk”

CSOPORTELMÉLETI MÓDSZER A

KVANTUMMECHANIKÁBAN , Akadémiai, 1979.

Eugene P. Wigner GROUP THEORY AND ITS APPLICATION
TO THE QUANTUM MECHANICS OF ATOMIC SPECTRA
Academic Press, New York and London, 1959.

Fordította GYÖRGYI GÉZA, a fizikai tudományok doktora

Györgyi Géza levele Wignerhez

Dear Professor Wigner,

Ms. 5562/37

Galley proofs of the Hungarian version of *Symmetries and Reflections* have arrived recently. I thought I should inform you about this good news.

Professor Turchányi, Editor of the Magyar Fizikai Folyóirat, has told me about his desire to proceed with the series «A klasszikus iradalomból». It seemed only natural, after our previous series on rotations and angular momentum, to continue with a new series on the Lorentz and Galilei groups. Enclosed is a plan for this proposed series which I should like to submit for your approval. Three of these papers have been written by yourself. Legal aspects of their publication shall be, of course, dealt with by the Publisher of the Academy. My task is to ask for your opinion on the scientific aspects of this selection. Needless to say, all of us would be most grateful for your gracious permission to publish a series on the Lorentz and Galilei groups in our Hungarian physics journal.

Your letter of December 27 has just arrived. I should like to thank you for your kind words, as well as for your remarks concerning misprints and errors. I have to apologise for not having responded to your letters of August 21 and September 17. I thought better not to interfere with the correspondence you had with Prof. Marx on the matter of the publication of the letters. But I have mailed a volume, published recently by the Akadémiai Kiadó, containing classic papers on Quantum Mechanics (2 of them by J. v. Neumann).

Dr. Csapodi, Head of the Archives of the Academy, found it wonderful that Orlov's letters to you could possibly be found in your files. This material would certainly be instructive for many of us; in any case they would complete the documents conserved at present in the Archives.

Dr. Csapodi also sincerely desires to incorporate the letters written to Orlov by J. v. Neumann in the collection of the Academy. The widow of Dr. Orlov's cousin still holds possession of these letters. Dr. Csapodi, himself a historian, has to convince a number of non-scientists at the Academy of the importance of these documents.

When I told him about your kind interest, as well as about your reference to Clark's book on Einstein, he thought it would be most helpful if he were permitted to quote your opinion about the value and importance of such documents, especially in relation to the von Neumann letters. (Eventually, the Wigner and von Neumann letters might be published jointly.)

Perhaps we are asking too much of you. Still, I hope you will forgive my zeal. Dr. Orlov died more than 25 years ago, and these documents of the prolonged contact he has had with one of the greatest mathematicians of our age are still inaccessible for the scientific community. As far as I know, these letters are most interesting and contain remarks on Quantum Mechanics, on causal and teleological description, on the structure of the brain etc. etc.

A little, partial result has already been achieved: the widow of Dr. Orlov's cousin has been brought to deposit at least a few other letters in the Archives. One of them was written by yourself in 1936 at Madison, and I am enclosing a Xerox copy of it. Some others are by MAX PLANCK! You will

understand the deep emotion I felt when his handwritings were given into my hands. Perhaps I am permitted to quote a few lines written by the 86-years-old Planck to Orlov:

«Bei dieser Gelegenheit möchte ich mir noch erlauben, Sie um Ihre Ansicht in einer wissenschaftlichen Frage zu bitten. Sie sprechen in Ihrem Vortrag öfters von dem Dualismus zwischen Wellen und Korpuskeln. Nach diesem Prinzip der Dualität hat man die Wahl, ein Elektron entweder als Welle oder als Teilchen zu betrachten, und beide Betrachtungsweisen sind gleichberechtigt und führen für die Vorgänge, auf die sie passen, zu richtigen Resultaten. Ich frage nun: Wie verhält sich dieses Gesetz der Dualität mit dem Umstand, dass die Korpuskulartheorie ein spezieller Fall ($\hbar=0$) der Wellentheorie ist? Ein Spezialfall kann doch nicht gleichberechtigt sein mit dem allgemeinen Fall. Vielmehr sollte man denken, dass die Wellentheorie einen Vorzug besitzt vor der Korpuskulartheorie, und dann ist keine wahre Dualität mehr vorhanden. Ich wäre Ihnen nun sehr dankbar, wenn Sie mir in aller Kürze Ihre Meinung über diesen Punkt, den ich als eine gewisse Schwere empfand, darlegen wollten.»

Even now one very rarely finds a full discussion of this point. For me Footnote 10 to the essay «The Problem of Measurement» (*Symmetries and Reflections*, Bloomington, p. 162.) has been most illuminating. More recent authors also sometimes express their desire that the classical limit $\hbar \rightarrow 0$, mentioned here by the discoverer of $\hbar$, be examined in more detail and formulated with a greater precision. E.g. Van Hove:

«La théorie classique doit apparaître comme limite asymptotique de la théorie quantique quand $\hbar$ tend vers zéro. Des considérations bien connues mettent en évidence que formellement il en est bien ainsi. Il faut cependant reconnaître que la nature mathématique précise de ce passage à la limite est mal connue et à ce propos se posent des questions qui méritent d'être examinées de plus près. Nous ne les abordons pas ici.» (Mémoires, Ac. Roy. de Belgique, Cl. des Sci. 28 (1954), p. 67)

The last paragraph of Section 2-6 of G.W. Mackey's «The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics» (Benjamin, New York, 1963) may also be quoted. «We recall», he writes, «that whereas quantum mechanics is concerned with one-parameter groups of automorphisms of $\mathcal{H}_M$ (in Hilbert space), classical mechanics is concerned with one-parameter groups of automorphisms of another object intrinsically defined on Π — (an abstract set of possible configurations) — the cotangent bundle $T\Pi$.» After comparing classical and quantum descriptions, he concludes: «It would be interesting to have a rigorous proof of a precisely formulated theorem along these lines.»

I hope you will forgive me; I found this reappearance of questions similar to that raised in Planck's letter 30 years ago quite striking. Planck's letters should also appear in the FIZIKAI SZEMLE.

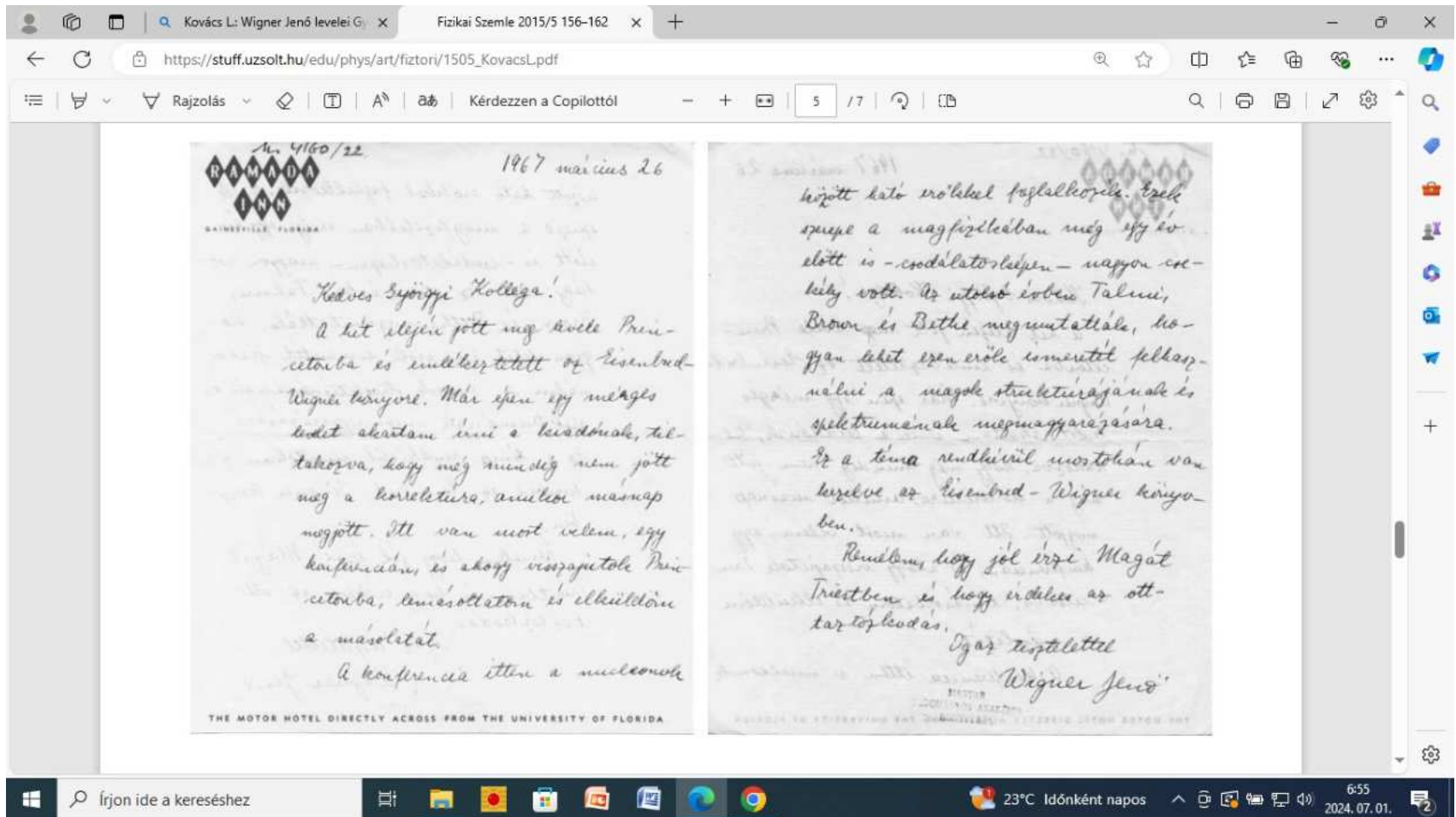
Your question, or even suggestion — contained in your letter of August 21 — greatly embarrassed me. I have never been to America though I know how interesting the tips of some of my friends — e.g. those of Drs. Marx, Nagy, and Miss Németh (who have been spending 1-1 years at Stanford, Princeton and Cornell, respectively) — were. But I can hardly undertake such a journey on my own initiative.

My wife visited Miss Szemere around Christmas and was happy to find her in an improved state of health. — With many thanks, yours respectfully,
Géza Györgyi

Wigner levele Györgyi Gézához



Wigner kézzel írt levele Györgyihez (gondolkodtató kérdés)



Vektorok

További, a korábbiánál picit nagyobb elmarasztalás:

Rajzban vannak erővektorok, rengeteg, sebesség-vektor rajzolása is

(Szeretett ábrázolni, nagyon helyes! Még a gondolkodási műveleteket is ábrázolta,/Geometrische Darstellungen einer Gedankenkette (Zürich, 1919); Pólya G./ Fejlécdisztés helye)

kissé túlzottan bonyolítva a dolgot,

de az egyenletekben nincs egyetlen egy vektorjelölés sem.

Nincs : vektorok skaláris szorzása pl. a munkánál,

nincs vektorok vektoriális szorzása pl. l. a Lorentz-erőnél

Vektor, tenzor

Itt van pl. /180. oldal (24) összefüggés/:

„erő = tömeg · gyorsulás”

VEKTOR = SKALÁR · VEKTOR

Van pl. surlódásos esés (234. oldal) :

deriválás, integrálás, de nincs felírva:

VEKTOR = *TENZOR* · VEKTOR

$$\widehat{F}_s = \overline{\mu} \cdot \widehat{F}_{\text{merőleges nyomóerő}}$$

Differenciálszámítás, integrálszámítás

5. fejezet a Pólya könyvben:

„Differenciálegyenletek és alkalmazásuk a természettudományban” (forgó folyadék, súrlódásos esés, Galilei:szabadesés)

Zemplén Győző véleménye: a differenciálszámítás ismerete nélkül nem érthetők meg igazán a fizikai fogalmak.

Pólya már a „Dinamika történetéből” c. 3. fejezetben is ír a sebesség görbe alatti területnek az egyre sűrűbb feldarabolással történő meghatározásáról

Egykori tanítvány lelkes üdvözlése

Tanár Úr!

Még most is szeretem
a matekot!

Köszönöm szépen a figyelmet!

